

## O conteúdo de matéria do Universo

Vimos que a equação fundamental da teoria relativística da gravitação é

$$\text{(geometria do espaço-tempo)} = \text{(conteúdo de energia do espaço-tempo)}$$

No módulo anterior vimos que o Universo possui um complexo conjunto de objetos que vão hierarquicamente desde estruturas bem pequenas, tais como os asteróides, até estruturas gigantescas como os superaglomerados de galáxias. Como a cosmologia trata essa matéria?

A equação da gravitação relativística vale em qualquer tipo de sistema de coordenadas sendo, portanto, uma equação escrita na forma tensorial. O lado esquerdo é o chamado tensor de Einstein, que envolve a estrutura geométrica do espaço-tempo, enquanto que o lado direito é dado por uma expressão geral, tensorial, que chamamos de tensor energia-momentum.

$$\begin{array}{|c|} \hline \text{geometria do espaço-tempo} \\ \text{(tensor de Einstein)} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \text{conteúdo de energia-matéria} \\ \text{(tensor energia-momentum)} \\ \hline \end{array}$$

Por que tensor energia-momentum? Na teoria relativística não podemos falar simplesmente de densidade de matéria no espaço. Precisamos incluir a densidade de energia na nossa expressão uma vez que Einstein nos mostrou que existe uma íntima relação entre massa e energia. Foi ele quem deduziu a famosa equação

$$E^2 = p^2c^2 + m_0^2c^4$$

onde  $m_0$  representa a massa de uma partícula em repouso e  $p$  representa o seu momentum linear. O momentum linear, ou simplesmente momentum, é dado pela expressão  $p = m v$  onde  $m$  é a massa da partícula e  $v$  sua velocidade.

A expressão para energia apresentada acima se reduz, se pensarmos em termos de partículas em repouso ( $v = 0$  e portanto  $p = 0$ ), à conhecida expressão  $E = mc^2$ . Essa expressão nos mostra que matéria e energia são indistinguíveis no que diz respeito às suas propriedades inerciais.

Como consequência disso tanto podemos falar de massa como de energia, o que justifica parcialmente o nome do tensor energia-momentum. Por outro lado, os corpos no universo estão em movimento e, portanto, possuem uma dinâmica que pode ser caracterizada pelo seu momentum, uma vez que esse conceito está associado à velocidade dos corpos.

Além disso, devemos ter em mente que ao tratarmos com o espaço que não está vazio temos que reunir todo o conteúdo de energia do espaço. Isso nos obriga a considerar todas as possíveis formas de energia ou seja, matéria, energia radiante, energia elástica, etc, no tensor energia-momentum. No entanto, este tensor não inclui a energia gravitacional. Lembre-se que ela é a responsável pela curvatura do espaço-tempo e, portanto, está sendo considerada no lado esquerdo da equação de Einstein.

A expressão do tensor energia-momentum é dada pela teoria da relatividade especial. Para isso imaginamos que o universo está preenchido por um fluido de partículas. Cada uma dessas partículas é um aglomerado de galáxias.

Para tratarmos com um problema tão complicado é necessário fazer algumas simplificações. No caso do tensor de energia-momentum vamos supor que as partículas que compõem esse fluido não interagem. Isso quer dizer que não há colisões entre elas, o que simplifica enormemente nosso trabalho. A um fluido com essa característica damos o nome de fluido perfeito.

Cada uma dessas partículas desloca-se no espaço ao longo do tempo com uma velocidade característica. Como estamos trabalhando no espaço-tempo descrito por quatro dimensões, nossa velocidade também será

uma grandeza quadri-dimensional que representaremos por  $u^\mu$ . É claro que o índice  $\mu$  varia de 0 a 3 pois estamos tratando com um espaço quadri-dimensional. Novamente chamo a atenção para o fato de que  $\mu$  é apenas um índice e seus "valores" 0,1,2,3 estão associados às correspondentes coordenadas que estamos usando. Temos então um vetor velocidade descrito pelas coordenadas  $u^\mu = (u^0, u^1, u^2, u^3)$  onde  $u^0$  é a componente da velocidade ao longo do eixo temporal e  $u^1, u^2, u^3$  são as componentes espaciais da velocidade.

Se estamos pensando no conteúdo de matéria do universo como um fluido, temos que levar em conta as grandezas que descrevem os fluidos. Um fluido possui densidade e então definimos que o fluido que permeia o Universo possui uma densidade  $\rho$ . Note que essa densidade será medida em cada ponto do espaço-tempo. Ela é medida em um sistema de coordenadas tal que, no ponto que está sendo considerado, a matéria está em repouso. A isso damos o nome de densidade própria.

Além de densidade, um fluido possui pressão e essa propriedade também deve aparecer na expressão geral do tensor energia-momentum.

Após a análise desses fatos os físicos chegaram à conclusão que se descrevermos o conteúdo de matéria existente no universo por meio de um fluido perfeito ou seja, considerando que os aglomerados de galáxias são partículas que não interagem, o tensor energia-momento será dado por:

$$\mathbf{T}^{\mu\nu} = (\rho + p/c^2) u^\mu u^\nu - (p/c^2) g^{\mu\nu}$$

Essa é a expressão do tensor energia-momentum para um fluido perfeito ou seja, um meio em que qualquer ponto é caracterizado por uma pressão escalar  $p$ , uma densidade  $\rho$  e uma velocidade  $u$ . Esse fluido perfeito pode ser, por exemplo, uma nuvem de poeira, um gás molecular, um gás de fótons, etc. No nosso caso, cosmologia, as partículas que formam o fluido perfeito são os aglomerados de galáxias. Estamos considerando os aglomerados de galáxias como sendo as moléculas de um gás que preenche o espaço. Estranho? Não. Lembre-se que qualquer aglomerado de galáxias é muitíssimo menor que o tamanho do universo! Veremos mais tarde que na época em que as galáxias não existiam, quando o universo era muito condensado, ele era preenchido por um gás de fótons, que também se comporta como um fluido perfeito.