

A Geometria do Espaço-Tempo

Veremos em um dos próximos itens que a teoria da relatividade geral nos conduz a uma equação onde o lado esquerdo descreve a geometria do espaço-tempo e o lado direito o seu conteúdo de matéria.

$$\text{geometria do espaço-tempo} = \text{conteúdo de matéria-energia do espaço}$$

É fácil entendermos porque a equação acima precisa de um termo para descrever o conteúdo de matéria do espaço-tempo. Afinal, vimos no módulo anterior que o Universo possui uma inacreditável fauna de objetos, galáxias, aglomerados de galáxias, superaglomerados de galáxias, tudo isso distribuído segundo uma hierarquia que precisa ser explicada. Qualquer teoria que tenha a intenção de descrever o universo tem que levar em conta o que existe dentro dele.

No entanto, poderíamos imediatamente questionar porque o lado esquerdo da equação exige uma geometria. Por que geometria? Existe mais de uma geometria? A geometria do espaço-tempo é a mesma que usamos na nossa vida diária? Se não é, por que razão ela é diferente?

Para explicar a necessidade de descrever o espaço-tempo por meio de uma geometria devemos primeiro entender o que ela significa. Aproveitando a oportunidade vamos apresentar a matemática que descreve o espaço-tempo.

Para aqueles traumatizados com a palavra mágica "matemática" é preciso dizer que não faremos um curso sobre esse assunto. O que eu pretendo mostrar a vocês é a riqueza da estrutura matemática que está por trás do estudo da geometria do espaço-tempo. Esqueça seus traumas. Seremos apenas discursivos e tenho certeza que qualquer pessoa, mesmo aquela mais assustada com a matemática, poderá acompanhar o raciocínio aqui desenvolvido (eu aposto um dos meus castelos em Paris que isso é verdade!).

O que é geometria

Geometria é uma parte da matemática que trata de curvas, superfícies e volumes. A geometria tem uma longa história remontando a épocas até mesmo muito anteriores aos gregos. No entanto, foram os filósofos gregos os primeiros a sistematizarem, e ampliarem, o conhecimento da geometria.

Temos uma necessidade diária de usar a geometria. Quando afirmamos que alguma coisa está distante estamos falando de comprimento e isso é geometria. Se falamos sobre a área de um campo de futebol estamos usando geometria. Se dizemos que o vestido da modelo está largo estamos falando de volumes e portanto de geometria. Ela nos acompanha todo o tempo.

A geometria é um dos ramos mais antigos da matemática e, como já dissemos, trata das regras de medição de distâncias e ângulos, regras estas que foram compiladas pelo filósofo e matemático grego Euclides por volta do ano 300 antes de Cristo.

A geometria que usamos no nosso dia-a-dia é aquela desenvolvida pelos gregos. Esta é a chamada geometria Euclidiana. É a geometria de Euclides, ou geometria euclidiana, que estudamos nas escolas e aprendemos a aplicar na prática. A geometria euclidiana realiza suas medidas sobre uma superfície plana.



Hermann Minkowski (1864-1909)

No entanto, durante séculos os físicos falaram de uma geometria aplicada ao espaço somente. Isso só veio a ser mudado com os trabalhos que levaram ao surgimento da teoria da relatividade restrita em 1905.

Um dos mais importantes trabalhos surgidos nessa época tratavam das transformações existentes entre dois sistemas de coordenadas que estavam em movimento. Esse trabalho foi apresentado pelo físico Hermann Minkowski e sobre ele Einstein se baseou para estabelecer os princípios da relatividade restrita.

As transformações de Lorentz nos dizem como podemos unir as medições de espaço com medições de tempo. Foi ele que nos mostrou como podemos estender as regras da geometria de Euclides, estabelecidas para medições espaciais apenas, de modo a incluir também medições temporais. Em 1905 Minkowski mostrou que isso podia ser feito e que era possível falar de uma "geometria do espaço-tempo" do mesmo modo como falamos da geometria do espaço somente. As transformações de Lorentz relacionam, desse modo, medições geométricas feitas por observadores inerciais diferentes.

Mas a geometria de Minkowski não é realizável na prática porque a força da gravidade proíbe a existência de observadores inerciais capazes de usar tal geometria.

Einstein, por conseguinte, teve a idéia de procurar uma "nova" geometria que, automaticamente, permitiria a existência de observadores reais sujeitos à força da gravidade.

Para muitos pode ser uma grande surpresa descobrir que não existe apenas uma geometria. Outras geometrias, diferentes da geometria euclidiana e coletivamente chamadas de "geometrias não euclidianas", existem e são perfeitamente respeitáveis, sendo assuntos de estudo que apresentam estruturas lógicas bastante auto-consistentes.

Os matemáticos levaram quase dois mil anos para apreciar este fato. As geometrias não-euclidianas só emergiram durante o século XVIII. Mesmo assim estas geometrias eram consideradas apenas como elegantes exercícios intelectuais abstratos, sem qualquer relevância para o mundo real.

Foi para estas geometrias que Einstein se voltou a fim de expressar, de maneira quantitativa, suas novas idéias sobre gravitação. Mas antes de descrever como Einstein usou as geometrias não-euclidianas vamos ver como essas geometrias fornecem teoremas alternativos àqueles apresentados pela geometria de Euclides.